58. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2016/2017
Krajské kolo kategórie E
Riešenie úloh

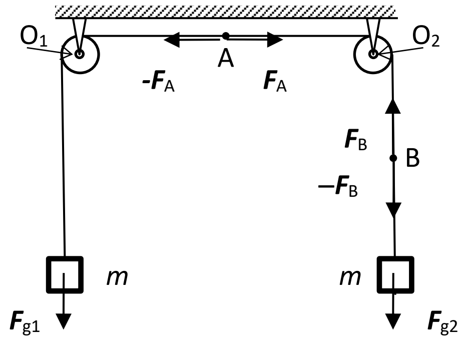
1. Rovnováha sústavy telies na kladkách

a) Obrázok RE3−1. 1 b

Vysvetlenie:

Obidve gravitačné sily majú rovnakú veľkosť a smerujú nadol, $F_{g1} = F_{g2} = m\,g$.

V bodoch A a B pôsobia sily akcie reakcie, ktoré majú rovnakú veľkosť a opačný smer. V stave rovnováhy musí platiť $F_A = F_{g1}$ a $F_B = F_{g2}$. Z toho vidno, že všetky sily majú rovnakú veľkosť $F = m\,g$, pre dané hodnoty $F \approx 2{,}5$ N.



Obr. RE3−1

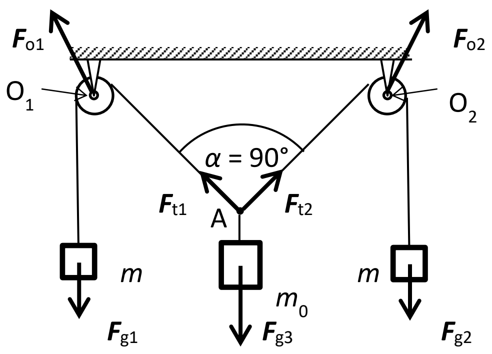
Sila F je súčasne sila, ktorá napína vlákno. 1 b

b) Ak sú sily $F_{g1} = F_{g2}$, ich pohybový účinok na sústavu je nulový, a preto je sústava

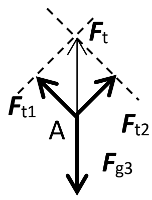
– v pokoji, 1 b

– alebo sa práve pohybuje rovnomerným pohybom. 1 b

c) Obrázok RE3−2a. 1 b



Obr. RE3−2a



Obr. RE3−2b

d) Na obrázku RE3−2b sú znázornené sily, ktoré pôsobia v bode A. Keďže sila ťahu vlákna je pozdĺž celého vlákna rovnaká, a teda rovná F_{g1}, platí $F_{t1} = F_{t2} = F_{g1} = m\,g$. Súčet kolmých vektorov síl $\boldsymbol{F}_{t1} + \boldsymbol{F}_{t2} = \boldsymbol{F}_t$ a veľkosť F_t určíme pomocou Pytagorovej vety

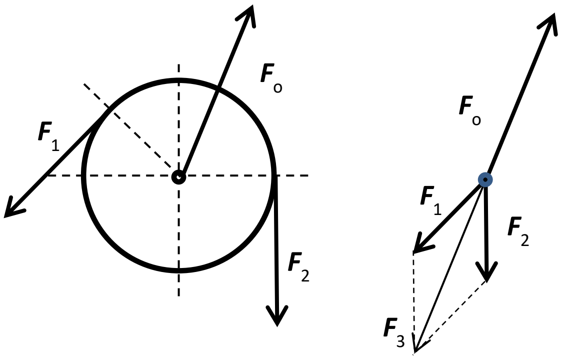
$$F_t = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{t2}^2} = m\,g\sqrt{2}\,.$$

Táto sila musí byť v rovnováhe s gravitačnou silou $\boldsymbol{F}_{g3} = m_0\,g$. Tak dostaneme hmotnosť zaveseného závažia

$m_0 = m\sqrt{2}$. Pre dané hodnoty $m_0 \approx 0{,}35$ kg. 2 b

e) Obrázok RE3−3. 1 b

Na kladku vpravo (obr. RE3-3) pôsobia sily ťahu vlákna $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$. Na kladku ďalej pôsobí sila $\boldsymbol{F}_\text{o}$ v jej osi, za ktorú je upevnená. Výslednica síl $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F}_3$ musí byť v rovnováhe so silou $\boldsymbol{F}_\text{o} = -\boldsymbol{F}_3$. Pri skladaní síl je vhodné zakresliť vektory do spoločného bodu, obr. RE3–3 vpravo. Keďže sily ťahu vlákna majú rovnakú veľkosť $F_1 = F_2$, je obrazom sčítania vektorov kosoštvorec s ostrým uhlom 45°. Výslednica predstavuje uhlopriečku kosoštvorca a tá delí ostrý uhol na polovice.



Obr. RE3–3

Doplnenie síl $\boldsymbol{F}_{\text{o}1}$ a $\boldsymbol{F}_{\text{o}2}$ do obr. RE3–2a 0,5 b

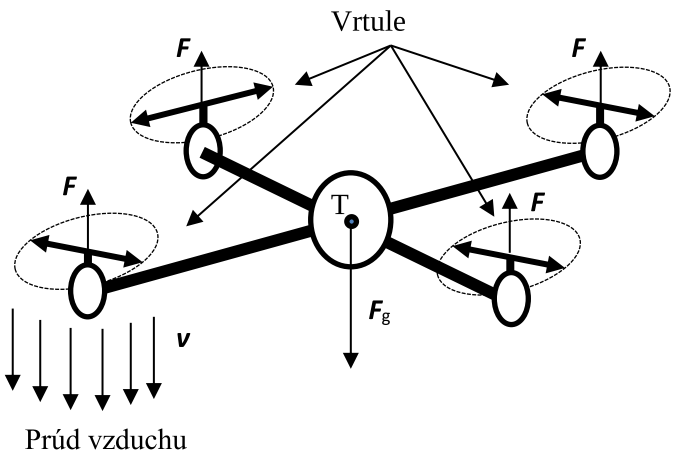
Sily $\boldsymbol{F}_{\text{o}1}$ a $\boldsymbol{F}_{\text{o}2}$, ktoré pôsobia v osiach obidvoch kladiek zvierajú so zvislým smerom uhol 22,5°. 1 b

Odhadom dĺžky vektorov dostaneme približnú veľkosť $F_\text{o} \approx 4{,}6$ N (menej ako 5 N a viac ako 3,5 N podľa časti d). 0,5 b

2. RC dron

a) Na obr. RE3–4 je schematicky znázornený dron. V stabilnej polohe naň pôsobia: gravitačná sila $\boldsymbol{F}_\text{g}$ zvisle dolu v ťažisku T dronu a ťahové sily $\boldsymbol{F}$ zvisle hore v osi každého motorčeka.

V rovnovážnej polohe $\boldsymbol{F}_\text{g} = -\,4\,\boldsymbol{F}$. Vrtuľa uvádza do pohybu vzduch, tzn. tlačí vzduch pod seba silou $\boldsymbol{F}_\text{t}$. Nadnášajúca sila vrtule $\boldsymbol{F} = -\,\boldsymbol{F}_\text{t}$ je reakciou na tlakovú silu $\boldsymbol{F}_\text{t}$. 1 b



Obr.RE3–4

Ťahová sila jednej vrtule

$$F = \frac{1}{4} F_\text{g} = \frac{m\,g}{4},$$ obrázok – 1b

pre dané hodnoty $F \approx 0{,}65$ N. 1 b

b) Pri vzlete do výšky h vykonala nadnášajúca sila $\boldsymbol{F}_\text{d}$ prácu rovnú zmene potenciálnej energie

$W_\text{o} = m\,g\,h$, pre dané hodnoty $W_\text{o} \approx 78$ J. 1 b

Ak sa dron vznáša v konštantnej výške, je práca sily $\boldsymbol{F}_\text{d}$ nulová (nulová dráha) 1 b

c) K = 850 mAh = 0,85 Ah = 51 Amin = 3 060 As. 1 b

Dodaná energia $E = Q\,U_0 = p\,K_0\,U_0$. Pre dané hodnoty $E \approx 24$ kJ. 1 b

d) Podľa zadania na let dronu za dobu t_0 bola vyčerpaná časť nábojovej kapacity $K = p\,K_0$.

$K \approx 595$ mAh $\approx 35{,}7$ Amin.

Zdroj dodá náboj $K = I\,t_0$, odkiaľ

$$I = \frac{K}{t_0} = \frac{p\,K_0}{t_0}.$$

Pre dané hodnoty veličín $I \approx 3{,}6$ A. 1 b

e) Počas celého letu napätie batérie malo nominálnu hodnotu, príkon všetkých motorčekov za celú dobu t_0 bol

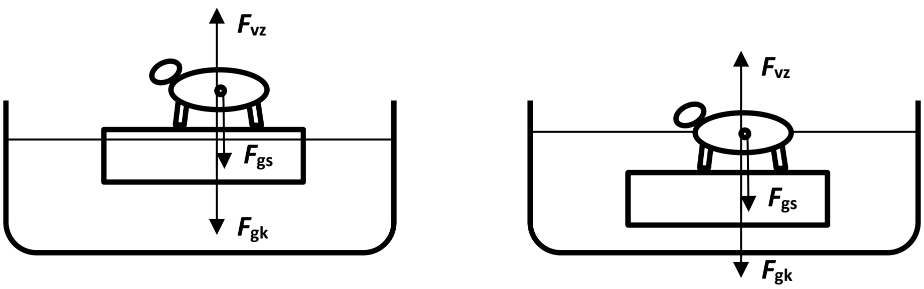
$$P = U\,I = \frac{p\,K_0\,U_0}{t_0}.$$ Pre dané hodnoty $P \approx 40$ W. 1 b

Vrtuľa vytvára tlakovú silu $\boldsymbol{F}_\mathrm{t}$, ktorá pôsobí na vzduch a uvádza ho do pohybu. Výkon tejto tlakovej sily $P = 4\,F_\mathrm{t}\,v$, odkiaľ

$$v = \frac{P}{4F_\mathrm{t}} = \frac{p\,K_0\,U_0}{t_0\,m\,g}.$$ Pre dané hodnoty $v \approx 15$ m/s. 1 b

3. Socha ľadového medveďa

a) Ak sa bremeno rozloží na plávajúcej doske nerovnomerne, koniec s väčším zaťažením sa ponorí hlbšie. Ak sa má záťaž rozložiť rovnomerne, musí pôsobisko sily záťaže prechádzať ťažiskom kryhy, teda jej stredom. Pôsobisko gravitačnej sily pôsobiacej na sochu je jej ťažisko. Teda ťažisko sochy medveďa a ťažisko kryhy musia ležať na spoločnej zvislej priamke. 1 b



Obr. RE3–5

Na obr. RE3–5 sú znázornené dva prípady, vľavo je kryha ponorená iba čiastočne, vpravo je socha čiastočne ponorená.

Na kryhu so sochou pôsobia gravitačné sily $\boldsymbol{F}_\mathrm{gk}$ a $\boldsymbol{F}_\mathrm{gs}$ kryhy a sochy a vztlaková sila $\boldsymbol{F}_\mathrm{vz}$.
V prvom prípade je veľkosť vztlakovej sily $F_\mathrm{vz} = \rho_\mathrm{v}\,V_\mathrm{p}$, kde V_p je objem ponorenej časti kryhy. V druhom prípade $F_\mathrm{vz} = \rho_\mathrm{v}\,a\,b\,c + \rho_\mathrm{v}\,V_\mathrm{sp}$, kde V_sp je objem ponorenej časti sochy.

Obrázok 1 b a vysvetlenie 0,5 b

b) Ide o prípad znázornený na ľavom obrázku. Sústava je v rovnováhe, ak je výslednica síl nulová $\rho_{\mathrm{ľ}}\, a\,b\,c\,g + m_1\, g - \rho_{\mathrm{v}}\, a\,b\,(c-\Delta h)g = 0$.

Odtiaľ máme $m_1 = \rho_{\mathrm{v}}\, a\,b\,(c-\Delta h) - \rho_{\mathrm{ľ}}\, a\,b\,c$.

pre dané hodnoty $m_1 \approx 60$ kg. 2 b

c) Celková gravitačná sila pôsobiaca na kryhu a sochu

$F_{\mathrm{gk}} + F_{\mathrm{gs}} = (\rho_{\mathrm{ľ}}\, a\, b\, c + m)\, g \approx 15{,}3$ kN.

Vztlaková sila pôsobiaca na ponorenú kryhu $F_{\mathrm{vzk}} = \rho_{\mathrm{v}}\, a\, b\, c\, g \approx 15{,}0$ kN.

To znamená, že sa ponorí i časť sochy tak, aby $F_{\mathrm{vzs}} = F_{\mathrm{gk}} - F_{\mathrm{vzk}} = \rho_{\mathrm{v}}\, V_{\mathrm{sp}}\, g$.

Podiel ponorenej časti sochy

$$p_1 = \frac{V_{\mathrm{sp}}}{V_{\mathrm{s}}} = \frac{\rho_{\mathrm{ľ}}}{m_{\mathrm{s}}} V_{\mathrm{sp}} = \frac{\rho_{\mathrm{ľ}}}{m_{\mathrm{s}}} \frac{F_{\mathrm{vzs}}}{\rho_{\mathrm{v}}\, g}.$$

Pre dané hodnoty $p_1 \approx 18{,}4$ %. 2 b

d) Z podmienky rovnováhy síl máme $F_{\mathrm{vzk}} = \rho_{\mathrm{v}}\, a\, b\, c\, g = \rho_{\mathrm{ľ}}\, a\, b\, c\, g + (1 - p_2)\, m\, g$,

odkiaľ $p_2 = 1 - \dfrac{a\,b\,c(\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{ľ}})}{m}$. Pre dané hodnoty $p_2 \approx 20$ %. 1,5 b

e) Keďže hmotnosť ľadu sa rovná hmotnosti vody vytlačenej ponorenou časťou ľadu, a tá sa po roztopení premení vodu s rovnakou hmotnosťou, pri roztopení kryhy a sochy sa výška hladiny v nádrži nezmení, tzn. $\Delta H_2 = 0$. 1 b

Kryha a socha vytvoria po roztopení vodu s objemom

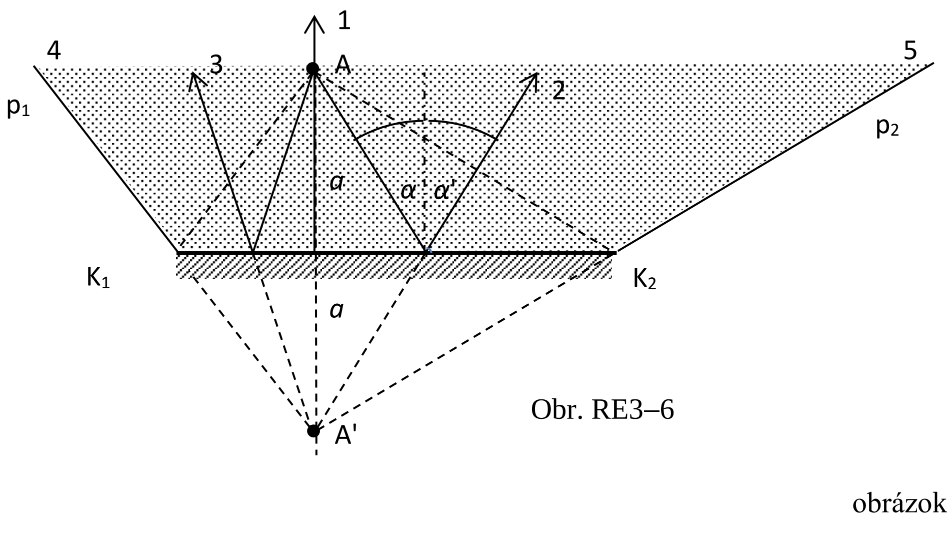
$$\frac{\rho_{\mathrm{ľ}}\, a\,b\,c}{\rho_{\mathrm{v}}} + \frac{m}{\rho_{\mathrm{v}}} = S\,\Delta H_1, \text{ resp.} \quad \Delta H_1 = \frac{\rho_{\mathrm{ľ}}\, a\,b\,c + m}{\rho_{\mathrm{v}}\, S},$$

pre dané hodnoty $\Delta H_1 \approx 25{,}5$ cm. 1 b

4. Zobrazovanie v rovinnom zrkadle

a) Zákon odrazu: Uhol dopadu α sa rovná uhlu odrazu α' svetelného lúča na zrkadle, $\alpha = \alpha'$. Odrazený lúč leží v rovine dopadu, príklad na obr. RE3–6 lúč 2 alebo 3. 1b

b)



Obr. RE3–6

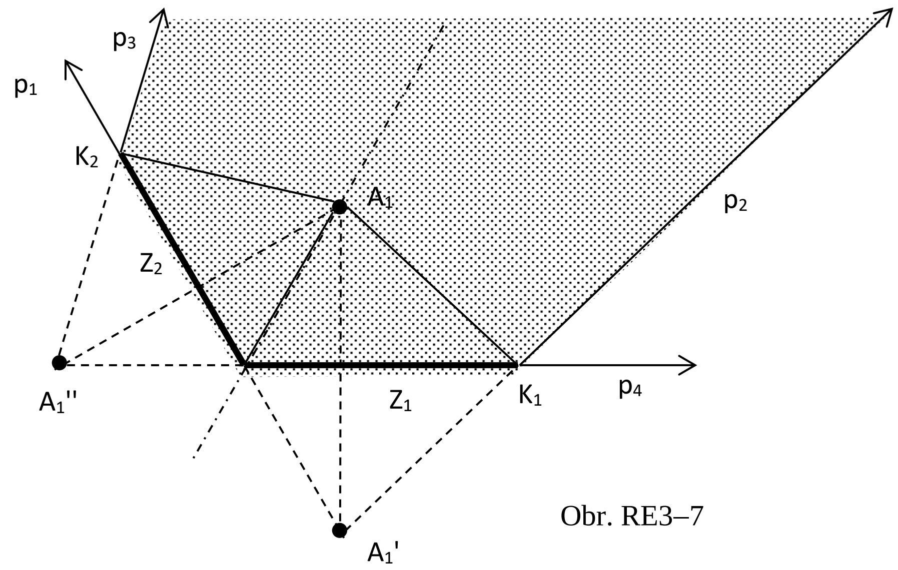
obrázok 1b

Obraz A' bodu A v zrkadle Z zostrojíme pomocou dvoch rôznobežných lúčov: napr. pomocou lúča (1), ktorý prechádza kolmo na zrkadlo a iného lúča (2) alebo (3), obr. RE3-7. Predĺženia lúčov za zrkadlo (čiarkovane) sa pretínajú v bode A' v obrazovom priestore za zrkadlom. Pre pozorovateľa pred zrkadlom vzniká dojem, že lúče vychádzajú z bodu A' za zrkadlom – obraz bodu A. zakreslené lúče – 1 b

Obraz A' bodu A je vo vzdialenosti *a* za zrkadlom. Obraz A' je zdanlivý (neskutočný), lebo nie je priesečníkom lúčov, ale iba ich predĺžení (zdanlivých častí). Obraz nie je možné premietnuť na tienidlo, ako napr. obrázok z diafilmu. 1b

c) Obraz A' možno pozorovať z ktoréhokoľvek bodu priestoru pred zrkadlom, do ktorého dopadá niektorý z odrazených lúčov. Ohraničenie tohto priestoru je v obrázku vyznačené zrkadlom a polpriamkami p_1 a p_2 (hraničné lúče 4 a 5) – oblasť v obrázku označená bodkovane. 1 b

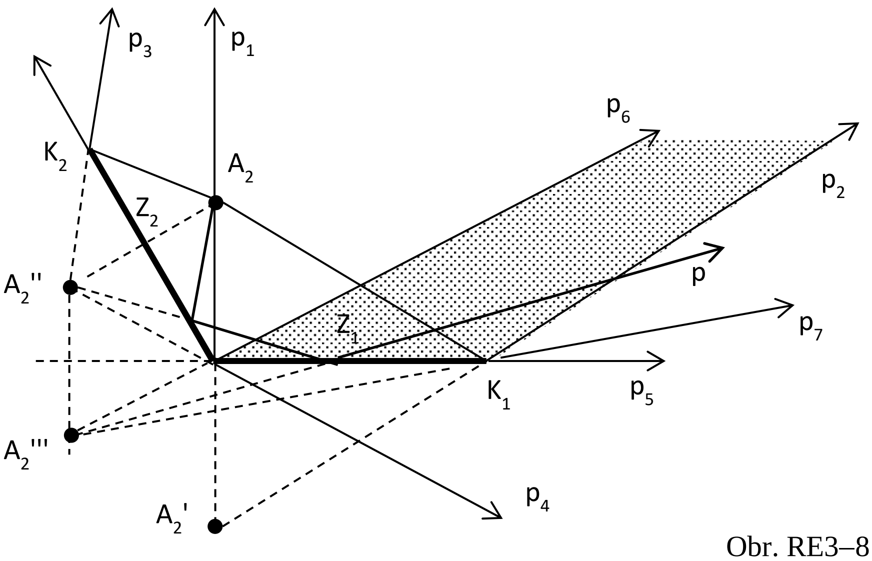
d) Na obr. RE3–7 sú znázornené obrazy bodu A_1 v oboch zrkadlách. Obrazy sa nachádzajú symetricky vzhľadom na roviny zrkadiel. Vlastnosti obrazov sú rovnaké ako v prípade b). 1 b



Obr. RE3–7

e) V obr. RE3–8 priestor, z ktorého vidno obraz A_1', je ohraničený zrkadlom Z_1 a krajnými lúčmi p_1, p_2. Podobne priestor, z ktorého vidno obraz A_1'', je ohraničený zrkadlom Z_2 a krajnými lúčmi p_3, p_4. Priestor, z ktorého vidno súčasne oba obrazy je prienikom obidvoch opísaných priestorov. Je obmedzený zrkadlami Z_1 a Z_2 a polpriamkami p_2 a p_3. Tento priestor je v obrázku vyznačený bodkovane. 1 b

f) Zrkadlami Z_1 a Z_2 sa vytvoria obrazy A_2' a A_2'', ako bolo opísané v časti d), obr. RE3–8. Tieto obrazy vznikajú jednoduchým odrazom lúčov od jednotlivých zrkadiel. Ako vidno z obrázku, obraz A_2'' sa nachádza nad rovinou zrkadla Z_1 a môže sa v ňom teda zobraziť ako obraz A_2'''. Keďže obraz A_2' vzniká za rovinou zrkadla Z_2, nemôže sa v ňom zobraziť. Tretí obraz A_2''' vzniká tak, že niektoré lúče odrazené od zrkadla Z_2 dopadajú na zrkadlo Z_1, od ktorého sa znovu odrážajú. Jeden takýto lúč s dvojnásobným odrazom je v obrázku označený p. 1 b



Obr. RE3–8

obrázok – 1 b

Priestor, z ktorého vidno obraz A_2' je vymedzený zrkadlom Z_1 a polpriamkami p_1, p_2. Priestor, z ktorého vidno obraz A_2'' je vymedzený zrkadlom Z_2 a polpriamkami p_1, p_4, ale keďže p_4 prechádza za rovinu zrkadla Z_1, je obmedzujúcou polpriamka p_5. Keďže na celú plochu zrkadla Z_1 dopadajú lúče odrazené od zrkadla Z_2 a obraz A_2''' vytvárajú lúče odrazené od zrkadla Z_1, je priestor, z ktorého vidno obraz A_2''' vymedzený rovinou zrkadla Z_1 a polpriamkami p_6, p_7. Priestor, z ktorého vidno súčasne všetky tri obrazy, je určený prienikom všetkých troch oblastí, čo je priestor vymedzený zrkadlom Z_1 a polpriamkami p_6 a p_2. Oblasť je v obrázku RE3–8 vyznačená bodkovaním. 1 b

58. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy krajského kola kategórie E*

Autori:	Monika Hanáková (3), Daniel Kluvanec (1, 2, 4)
Recenzia:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Daniel Kluvanec
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017